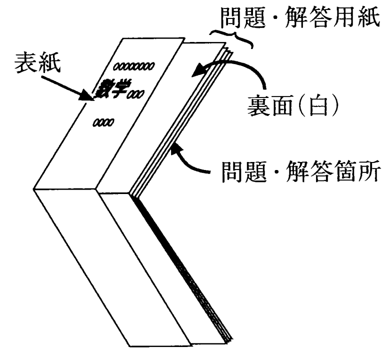
令和６年度入学試験問題

数　学　　202

（前　期　日　程）

表紙も問題・解答用紙もすべて
表面のみに印刷している。



（注意事項）

1 問題・解答用紙は，解答開始の指示があるまで開かないこと。

2 この表紙を除いて，**問題・解答用紙は４枚**である。
用紙の折り方は図のようになっているので注意すること。

3 **解答は，問題と同一の紙面の指定された解答箇所に書くこと。**
指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
裏面に解答したものも採点しない。

4 **解答開始後，各問題・解答用紙の「受験番号」欄に受験番号をはっきり記入すること。**

5 表紙や問題・解答用紙の裏面を計算のために用いてよい。

6 表紙を含め，配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その1

第1問　座標平面上の原点 O を中心とする単位円の円周上に 3 点 A, B, C がこの順番で反時計回りに位置している。$\angle\mathrm{AOB} = \alpha$, $\angle\mathrm{BOC} = \beta$ $(\alpha > 0,\ \beta > 0)$ とする。

(1) $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$, $\beta = \dfrac{\pi}{6}$ のとき，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2$ の値を求めよ。

(2) $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{3}$, $\sqrt{2}\sin\alpha = \cos\alpha$ のとき，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の値を求めよ。

(3) $\alpha + \beta = \pi$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}} + \overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PC}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たす座標平面上の点 P が 1 点のみとなる条件を α を用いて表せ。

[第1問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　202　その2

第2問　曲線 $y=\dfrac{x^2}{2}-1$ を C とする。

(1) 曲線 C 上の点 $\left(t,\ \dfrac{t^2}{2}-1\right)$ $(t\neq 0)$ における法線の方程式を求めよ。

(2) 点 $\left(-1,\ \dfrac{3}{2}\right)$ を通る曲線 C の異なる 2 つの法線を求めよ。

(3) (1) で求めた法線のうちで，点 (X,Y) $(X\neq 0)$ を通るものがちょうど 2 つ存在するための条件を X と Y の関係式で表せ。

[第2問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　　　番

数　学　202　その3

第3問　関数 $f(x)$ は $x \geqq 0$ のとき $f(x) \geqq 0$ を満たす。自然数 n に対して，連立不等式 $0 \leqq x \leqq n$，$0 \leqq y \leqq f(x)$ の表す xy 平面上の領域の面積を S_n，その領域に含まれる x 座標と y 座標がともに整数である点の個数を L_n とおく。

(1) $f(x) = x^3$ のとき，L_n を n を用いて表せ。

(2) $f(x) = x^3$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

(3) $f(x) = xe^x$ のとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{S_n}\sum_{k=0}^{n} ke^k$ および $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{L_n}{S_n}$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　番

数　学　202　その4

第4問　1個のさいころを3の倍数でない目が出るまで繰り返し投げるが，3の倍数の目が4回続けて出たら投げるのを止める。これを1回の試行とする。1回目の試行において出た目の和を S_1，2回目の試行において出た目の和を S_2 とおき，$S = S_1 + S_2$ とおく。

(1) $S_1 \geqq 6$ となる確率，および $S_1 \geqq 7$ となる確率を求めよ。

(2) $S = 9$ となる確率を求めよ。

(3) $S \geqq 11$ となる確率を求めよ。

[第4問の解答箇所]

小 計	点